

Lastannahmen nach CS-VLA

Grundlagen und einfache Berechnungsverfahren

U. Eichner

Igo Etrich Club Austria

LOLH, 2010-09-11

- ▶ Karrierebeginn 1978
- ▶ Studium LRT/Flugzeugbau Uni Stuttgart / FH Aachen
- ▶ Akaflieg Stuttgart / FVA
- ▶ The Lancair Company (Lancair Certified Aircraft)
2001/02
- ▶ Impulse Aircraft 2004 & 2005
- ▶ XtremeAir 2006
- ▶ seit 2009: Statiker bei Diamond Aircraft

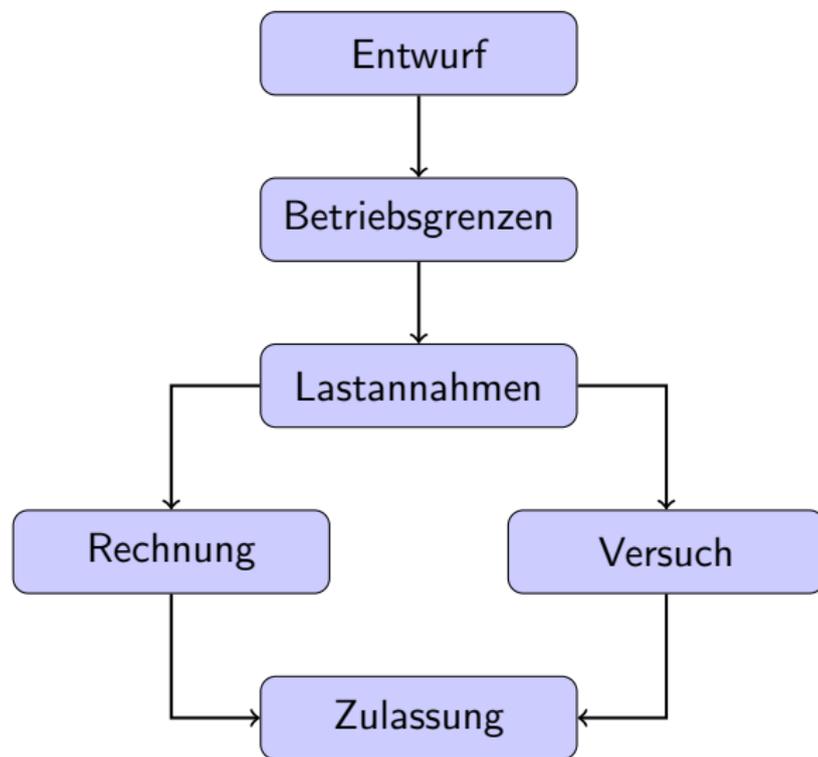
Lastenrechnung: Grundlage für den Festigkeitsnachweis
Kombination aus Flugmechanik, Aerodynamik und
Technischer Mechanik

- ▶ Überblick über die Lastfälle nach CS-VLA
- ▶ Vorstellung einfacher Berechnungsmethoden für Handrechnung oder Tabellenkalkulation
- ▶ Berechnung eines Beispiellastfalls für ein fiktives Flugzeug
- ▶ Einflussparameter

Festigkeitsnachweis: Stellung der Lastenrechnung

Lastannahmen
nach CS-VLA

U. Eichner



Einführung

Lastfälle

Beispielflugzeug

v-n-Diagramm

Schnittlasten-
berechnung

EASA CS-VLA als Grundlage der Lastenrechnung

- ▶ CS-VLA herausgegeben von der EASA – European Aviation Safety Agency
- ▶ Very Light Aeroplanes (750kg, 45kts, 2 Sitze)
- ▶ Kapitel C – Structures: Anforderungen an Lasten und Festigkeit, zugleich „Rechenanleitung“
- ▶ Durch CS-VLA vorgegebene Belastungen
- ▶ bei allen zulässigen Massen und Massenverteilungen
- ▶ Appendix A: Simplified structural design criteria
- ▶ AMC (Book 2), auch in CS-23 (ausführlicher)

- ▶ positive und negative Lastvielfache
- ▶ Fluggeschwindigkeiten
- ▶ Böen
- ▶ Ruderbetätigung
- ▶ Landeklappen
- ▶ Motorlasten
- ▶ Fahrwerkslasten

Beispielflugzeug EC-1

Leermasse	m_{leer}	500	kg
Min. Flugmasse	m_{min}	585	kg
Max. Flugmasse	m_{min}	730	kg
Flügelmasse	m_{Fl}	35	kg
Flügelfläche	S	10,2	m^2
Spannweite	b	10	m
Flügelstreckung	Λ	9.8	—
HLW-Fläche	S_H	2,0	m^2
Max. Auftriebsbeiwert (clean)	$c_{A,max}$	1,5	—
Max. Auftriebsbeiwert (dirty)	$c_{A,max,L}$	2,2	—
Min. Auftriebsbeiwert (clean)	$c_{A,min}$	-1,1	—
Wirkfaktor HLW	$1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}$	0,7	—
Max. Horizontalflug- geschwindigkeit	V_H	230	km/h
		63,9	m/s

Einführung

Lastfälle

Beispielflugzeug

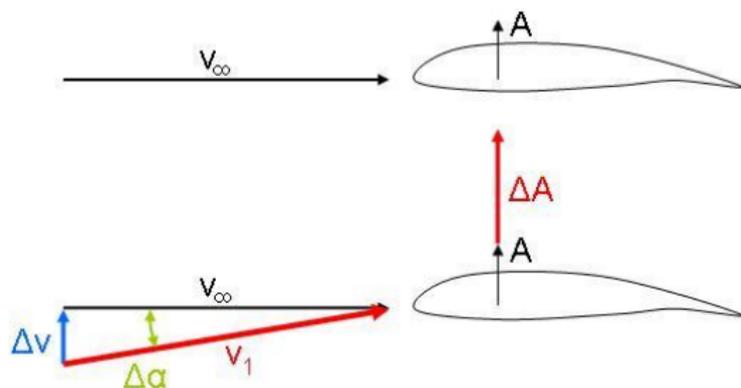
v-n-Diagramm

Schnittlasten-
berechnung

- ▶ bildet Fluggeschwindigkeiten (v) und Lastvielfache (n) ab
- ▶ gibt so den Auslegungsbereich des Flugzeugs wieder
- ▶ Grenzen des v-n-Diagramms sind Grundlage für Lastannahmen

- ▶ Verhältnis zwischen Flugzeuggewicht und aerodynamischem Auftrieb
- ▶ Auftriebskraft nach oben: positives Lastvielfaches
- ▶ Unbeschleunigter Horizontalflug: $n=1$
- ▶ Schwerelosigkeit: $n=0$
- ▶ CS-VLA 321 (a)

- ▶ Durchflug durch Luft mit sich ändernder Vertikalgeschwindigkeit
⇒ Erhöhung des Anstellwinkels
⇒ Zusätzlicher Auftrieb
- ▶ horizontale Böen werden bei SLW- und Landeklappenlastfällen betrachtet



Böenform: 1-cos

$$U = \frac{U_{de}}{2} \cdot \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi S}{25C}\right) \right)$$

Ursprung: Messungen der NACA

Charakterisierung durch folgende Parameter:

- ▶ vertikale Böengeschwindigkeit
- ▶ Länge der Böe

Anzunehmende Böen nach CS-VLA 333:

- ▶ $U_{de} = \pm 15,24 \text{ m/s}$ bei v_C
- ▶ $U_{de} = \pm 7,62 \text{ m/s}$ bei v_D

- ▶ Mindestwert: $v_C \geq 2.4 \cdot \sqrt{Mg/S}$
- ▶ Einschränkung: v_C muss nicht größer sein als $0.9 \cdot v_H$

Für das Beispielflugzeug:

- ▶ $V_{C,min} = 2,4 \sqrt{\frac{730 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{10,2 \text{ m}^2}} = 63,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
- ▶ $V_C \geq 0,9 \cdot V_H = 0,9 \cdot 63,9 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 57,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

⇒ gewählt: $V_C = 60 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

1. $v_D \geq 1.25 \cdot V_C$
2. bei Verwendung des Mindestwerts für v_C :
 $v_D \geq 1.40 \cdot V_{C,min}$

Für das Beispielflugzeug:

- ▶ $V_D \geq 1,25 \cdot V_C = 1,25 \cdot 60,0 \frac{m}{s} = 75,0 \frac{m}{s}$
- ▶ $V_D \geq 1,40 \cdot V_{C,min} = 1,40 \cdot 63,6 \frac{m}{s} = 89,0 \frac{m}{s}$

⇒ gewählt: $V_D = 75,0 \frac{m}{s}$

CS-VLA 341 Gust Load Factors

$$n_{gust} = 1 \pm \frac{\frac{1}{2}\rho_0 \cdot v \cdot c_{A.\alpha} \cdot K_g \cdot U_{de}}{\frac{M \cdot g}{S}}$$

mit

$$K_g = \frac{0,88 \cdot \mu_g}{5,3 + \mu_g}$$

und

$$\mu_g = \frac{2 \cdot \frac{M}{S}}{\rho \cdot l_\mu \cdot c_{A.\alpha}}$$

Auftriebsanstieg:

$$c_{A.\alpha} = \frac{2\pi\Lambda}{\sqrt{\Lambda^2 + 4} + 2} = 5.13$$

Einführung

Lastfälle

Beispielflugzeug

v-n-Diagramm

Schnittlasten-
berechnung

Böenlastvielfache für verschiedene Massen und Flughöhen:

	$h = 0m$	$h = 4000m$
	$\rho = 1,225 \frac{kg}{m^3}$	$\rho = 0,81914 \frac{kg}{m^3}$
$m = 730kg$	$n_{C+} = 3,92$	$n_{C+} = 4,11$
	$n_{C-} = -1,92$	$n_{C-} = -2,11$
$m = 585kg$	$n_{C+} = 4,47$	$n_{C+} = 4,76$
	$n_{C-} = -2,47$	$n_{C-} = -2,76$

$$\rho_0 = \rho(0m) = 1,2250 \frac{kg}{m^3}$$

$$\rho(3000m) = 0,90913 \frac{kg}{m^3}$$

$$\rho(4000m) = 0,81914 \frac{kg}{m^3}$$

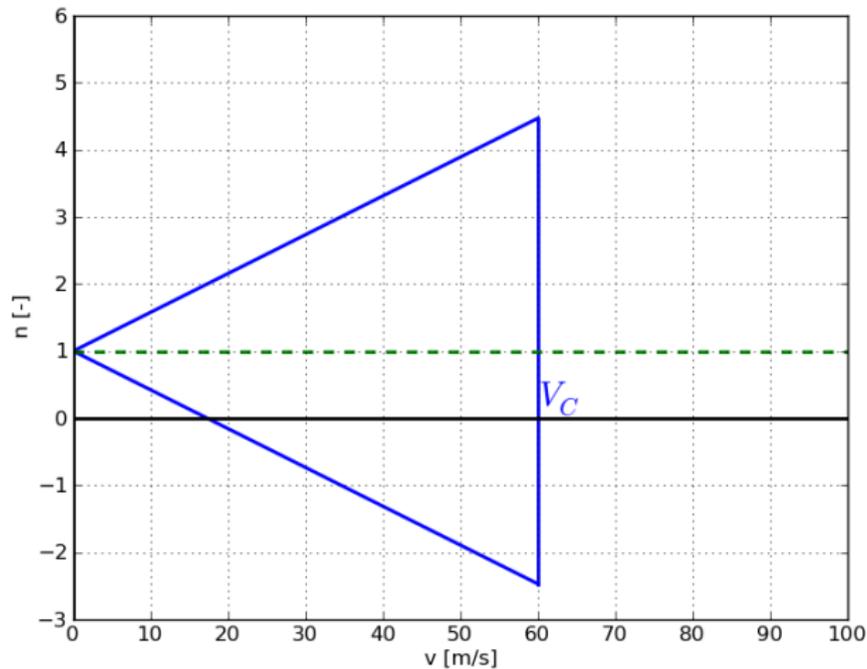
Einführung

Lastfälle

Beispielflugzeug

v-n-Diagramm

Schnittlasten-
berechnung



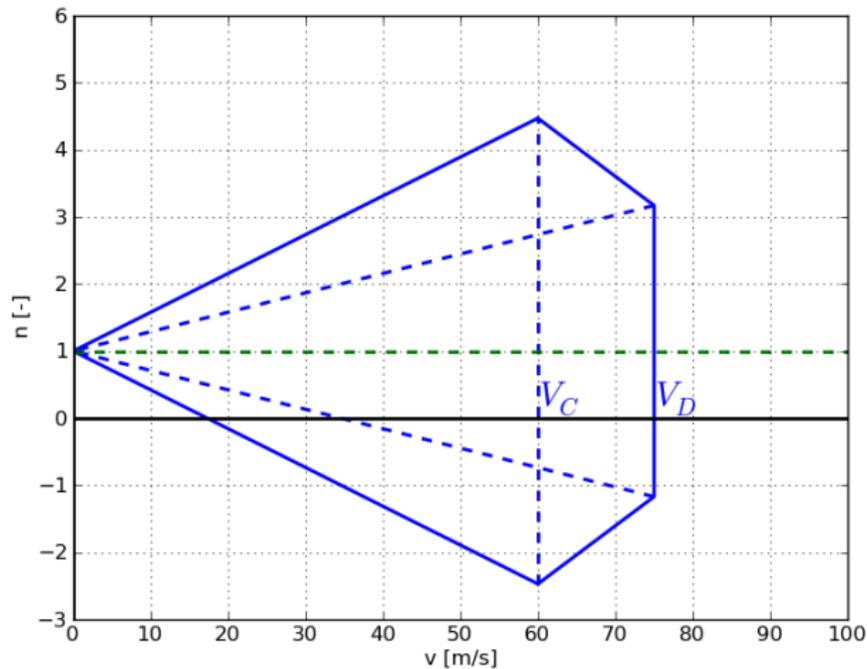
Einführung

Lastfälle

Beispielflugzeug

v-n-Diagramm

Schnittlasten-
berechnung



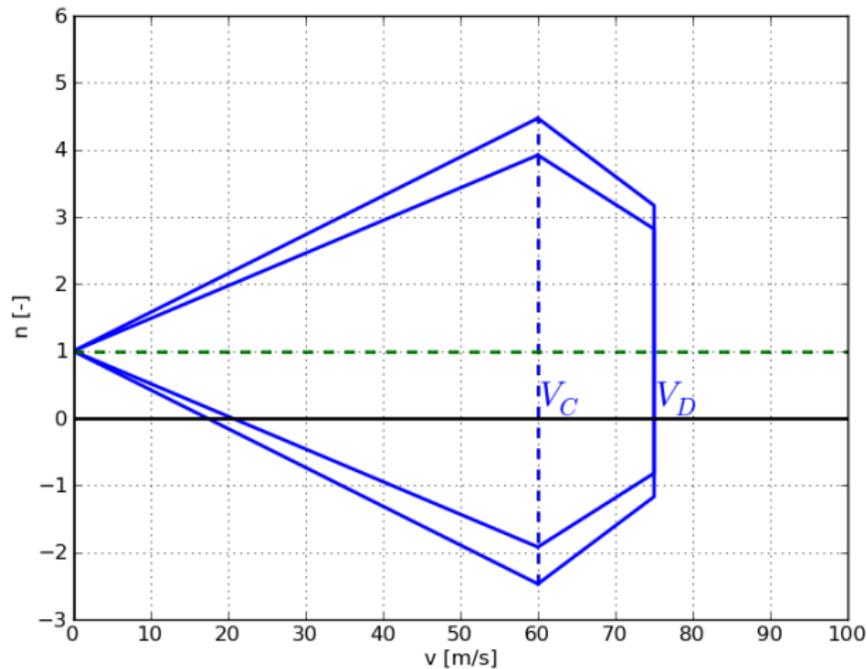
Einführung

Lastfälle

Beispielflugzeug

v-n-Diagramm

Schnittlasten-
berechnung



- ▶ auch starke Böen abgedeckt bis v_C
- ▶ v_C findet Eingang ins Flughandbuch als v_{NO}
- ▶ Gelber Bereich des Fahrtmessers von v_{NO} bis v_{NE}
- ▶ $v_{NE} \leq 0,9 \cdot v_D$

Manöver sind vom Piloten verursacht. Dazu zählen

- ▶ Fluggeschwindigkeiten
- ▶ Lastvielfache (z.B. Abfangbögen, Steilkurven)
- ▶ Ruderbetätigung

Begrenzt die Kombinationen aus Lastvielfachem und Fluggeschwindigkeit, innerhalb derer sich der Pilot bewegen darf

- ▶ positives Lastvielfaches $n_{pos} = 3,8$ bis v_D
- ▶ negatives Lastvielfaches $n_{neg} = -1,52$ bei v_C
- ▶ negatives Lastvielfaches linear abnehmend bis $n = 0$ bei v_D

Manöverenvelope 1

Lastannahmen
nach CS-VLA

U. Eichner

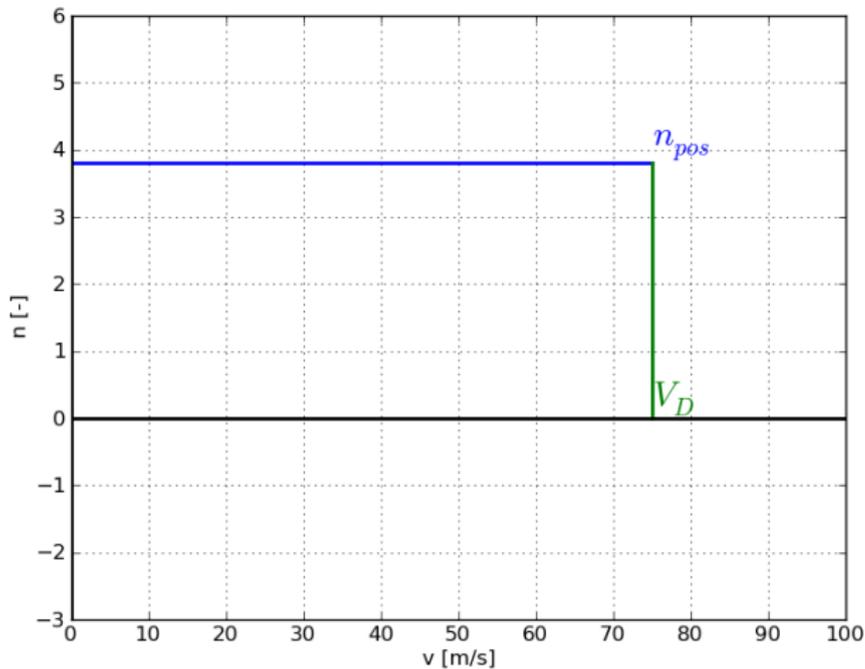
Einführung

Lastfälle

Beispielflugzeug

v-n-Diagramm

Schnittlasten-
berechnung



Manöverenvelope 1

Lastannahmen
nach CS-VLA

U. Eichner

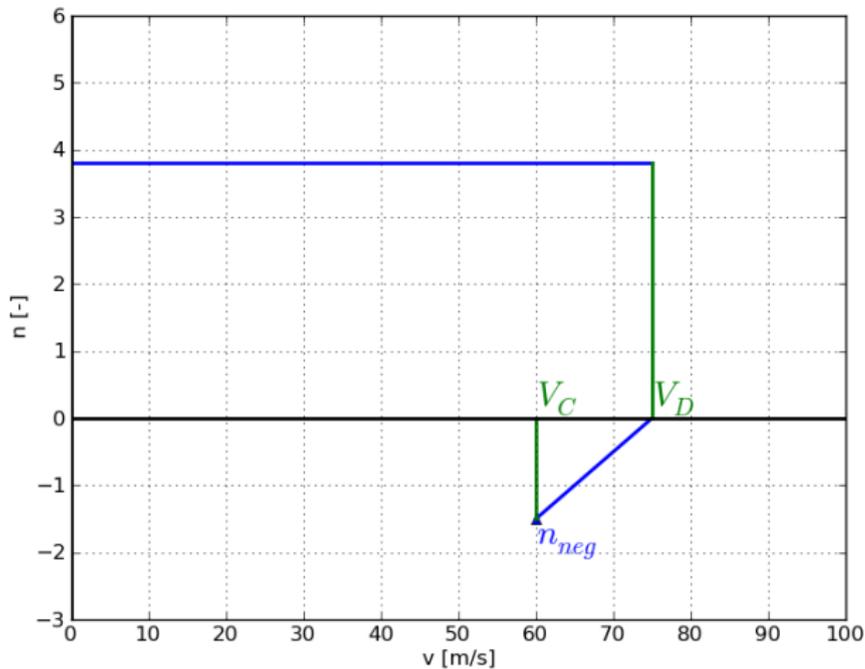
Einführung

Lastfälle

Beispielflugzeug

v-n-Diagramm

Schnittlasten-
berechnung



Mindestfluggeschwindigkeit abhängig vom Lastvielfachen –
oder: maximal erreichbares Lastvielfaches in Abhängigkeit
von der Geschwindigkeit:

$$n = \frac{\rho_0 \cdot c_{A,max} \cdot S}{2 \cdot m \cdot g} \cdot v^2$$

Es müssen nur erreichbare Kombinationen aus v und n
nachgewiesen werden.

Manöverenvelope 2

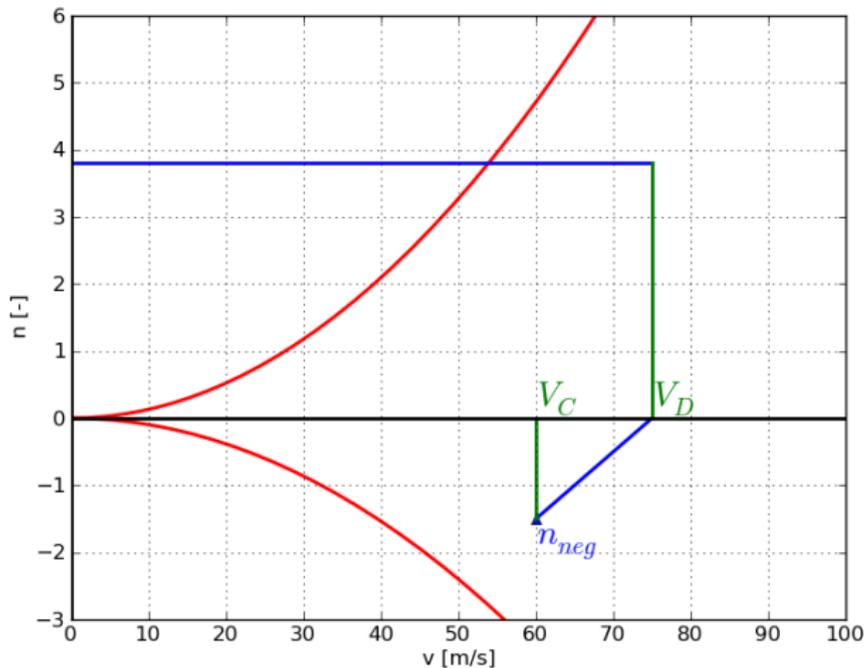
Einführung

Lastfälle

Beispielflugzeug

v-n-Diagramm

Schnittlasten-
berechnung



Manöverenvelope 2

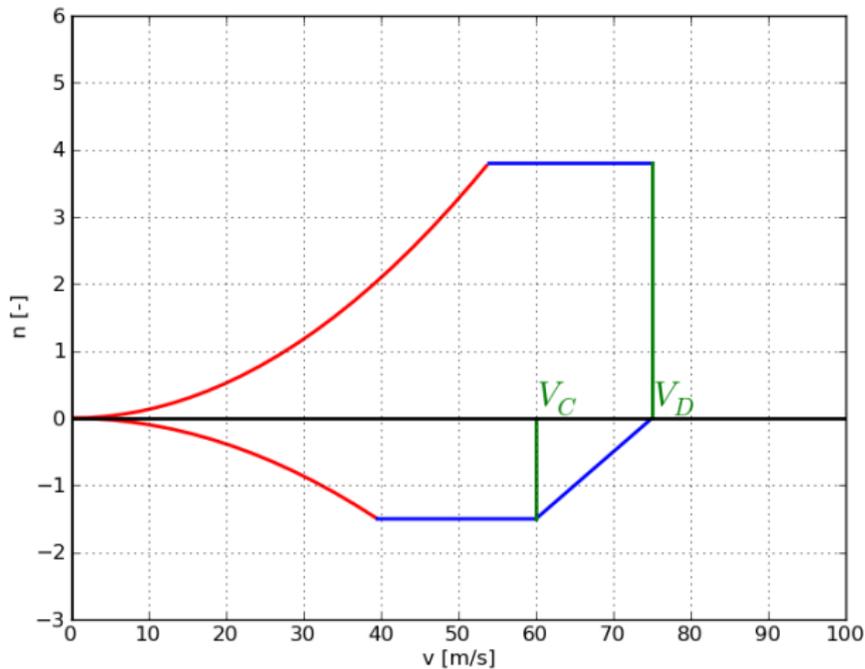
Einführung

Lastfälle

Beispielflugzeug

v-n-Diagramm

Schnittlasten-
berechnung



Betätigung der Ruder bei vorgegebenen Maximalgeschwindigkeiten

- ▶ Höhenrunder: plötzlicher Vollausschlag bei Manövergeschwindigkeit v_A
1/3 des Vollausschlags bei v_D
- ▶ Seitenrunder: plötzlicher Vollausschlag und Schiebeflugzustände bei v_A
- ▶ Querruender: plötzlicher Vollausschlag bei v_A
bei v_C und v_D Ausschlag zum Erreichen der gleichen Rollrate wie bei v_A und Vollausschlag

CS-VLA 335 (c): $v_A \geq V_S \sqrt{n}$
oder: Schnittpunkt von Stallparabel und
Auslegungslastvielfachem

Für das Beispielflugzeug:

$$V_S = \sqrt{\frac{2 \cdot m_{\max} \cdot g}{\rho_0 \cdot C_{A,\max} \cdot S}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 730 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{1,225 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 1,5 \cdot 10,2 \text{ m}^2}} = 27,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V_A = V_S \sqrt{n} = 27,6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \sqrt{3,8} = 53,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Manöverenvelope 3

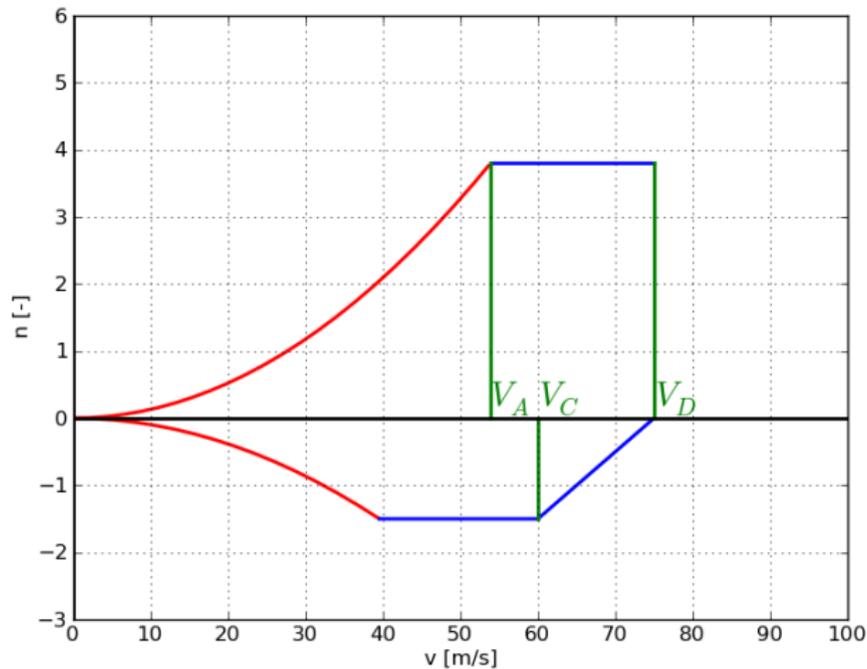
Einführung

Lastfälle

Beispielflugzeug

v-n-Diagramm

Schnittlasten-
berechnung



Einführung

Lastfälle

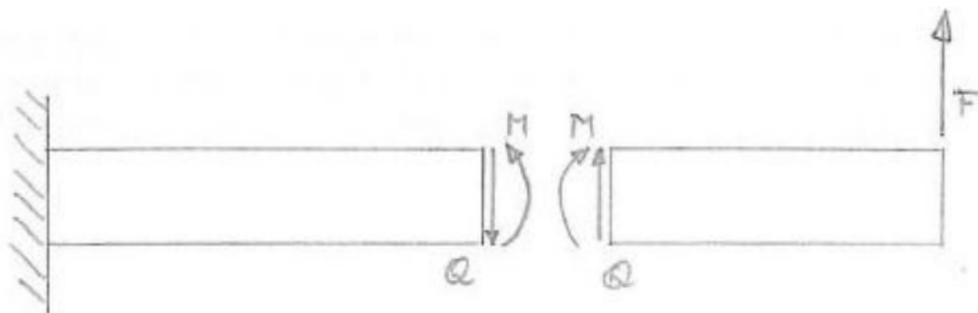
Beispielflugzeug

v-n-Diagramm

Schnittlasten-
berechnung

Kurze Pause

- ▶ Berechnung der auf den Flügel wirkenden Kräfte:
 - ▶ Aerodynamische Kräfte und
 - ▶ Trägheitslasten
- ▶ Beispielhafte Berechnung der Belastung eines Flügel in einem (möglicherweise) dimensionierenden Lastfall
- ▶ Bestimmung der Schnittkräfte entlang des Flügels als Basis für die Strukturdimensionierung



- ▶ Kräfte am Schnitt: Querkraft und Biegemoment
- ▶ Querkraft: Auftrieb außerhalb des Schnitts
- ▶ Biegemoment: Auftrieb mal Hebelarm
- ▶ Torsion: aus Aerodynamik und Trägheit
- ▶ Für die Strukturdimensionierung müssen die Schnittkräfte an jedem Schnitt entlang des Bauteils bekannt sein

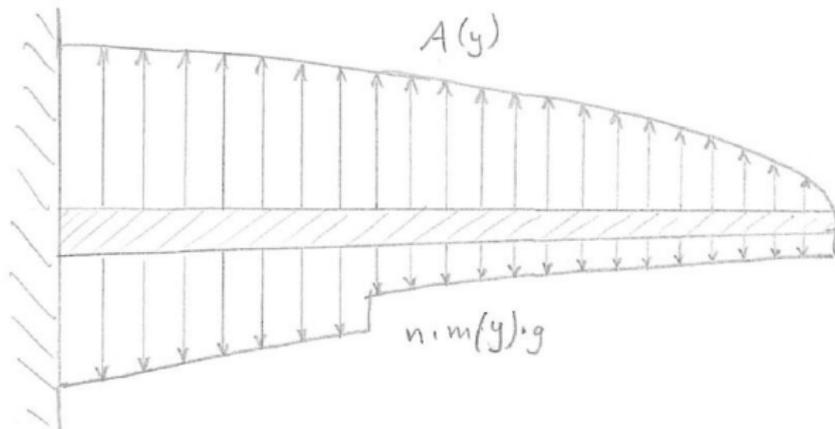
Einführung

Lastfälle

Beispielflugzeug

v-n-Diagramm

Schnittlasten-
berechnung



- ▶ Äußere: Aerodynamische Kräfte, d.h. Auftriebsverteilung
 - ▶ Innere: Trägheitskräfte aus Eigenmasse mal Beschleunigung
- ⇒ Zwei Verteilungen

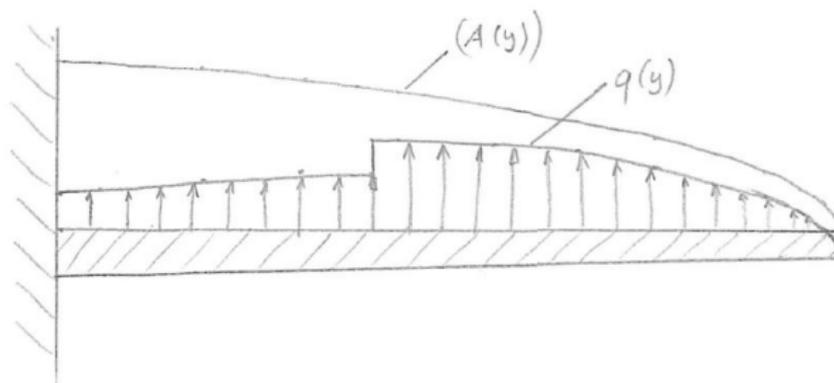
Einführung

Lastfälle

Beispielflugzeug

v-n-Diagramm

Schnittlasten-
berechnung



Auftriebs- und Massenverteilung:

- ▶ Summe daraus: Streckenlast
- ▶ aus der dann Q und M aufintegriert werden

Einführung

Lastfälle

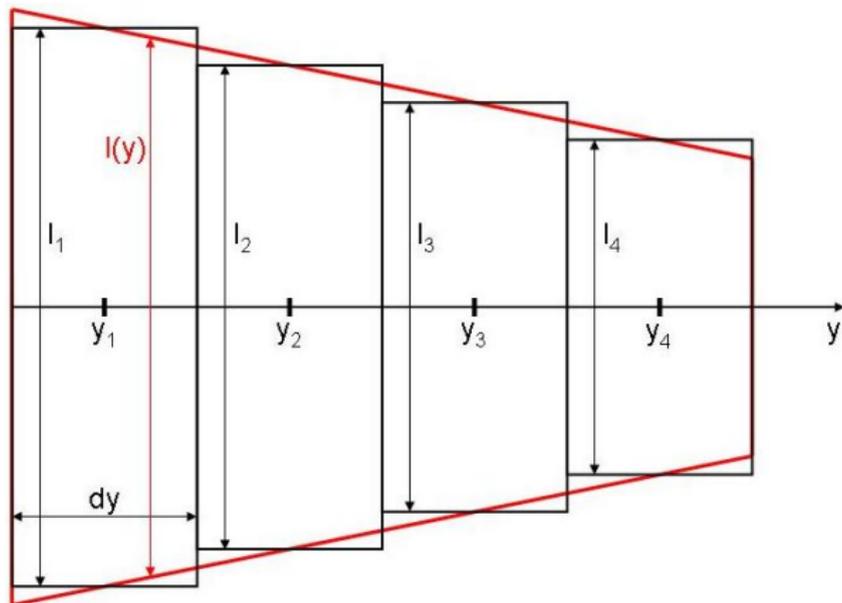
Beispielflugzeug

v-n-Diagramm

Schnittlasten-
berechnung

Trick, um die Berechnung zu vereinfachen:

- ▶ Unterteilung des Bauteils in kleine Stücke
 - ▶ Berechnung eines für das jeweilige Stück gültigen Wertes der Verteilungen
- ⇒ Berechnung von Summen statt Integralen



Einfaches Verfahren nach Schrenk

- ▶ Mittelwert zwischen tatsächlichem Grundriss und flächengleicher Ellipse
- ▶ skalierbar für jeweiligen Auftrieb
- ▶ Klappen- und Ruderausschläge durch entsprechende Zusatzverteilung abgebildet

$$I_{Schrenk}(y) = \frac{1}{2} \cdot \left[I(y) + \frac{4 \cdot S}{\pi \cdot b} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{2 \cdot y}{b} \right)^2} \right]$$

Beispielflügel

S= 10,20 m²
b= 10,000 m
l_m= 1,020 m
tau= 0,7 [-]
l_i= 1,200 m
l_a= 0,840 m

check:
S= 10,200 m²

b/2= 5,000 m
m_{Fl}= 35,0 kg

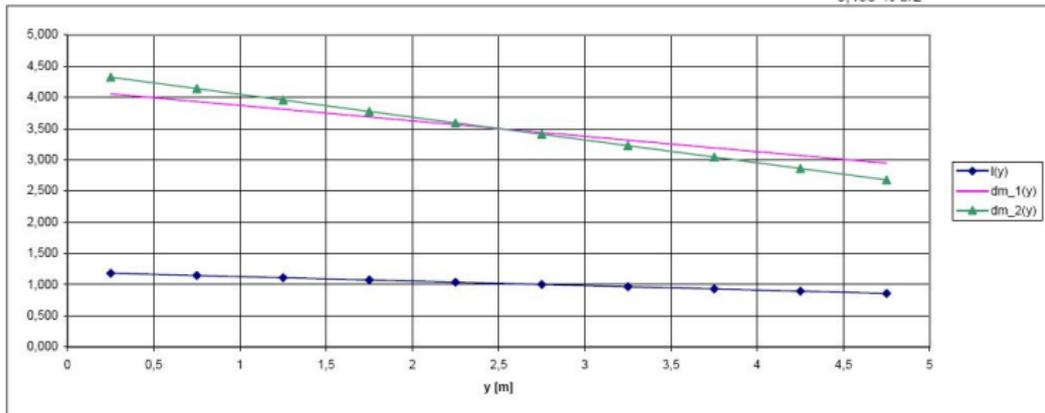
dy= 0,500 m

m_{Sprit}= 50 kg

tau _m = 0,5857 [-]	"Zuspitzung" Flügelmassenverteilung
mu _m = 7,00 kg/m	mittlere Massenverteilung
mu _i = 8,8291 kg/m	Massenverteilung innen
mu _a = 5,1709 kg/m	Massenverteilung außen

Diskretisierte Massenverteilung

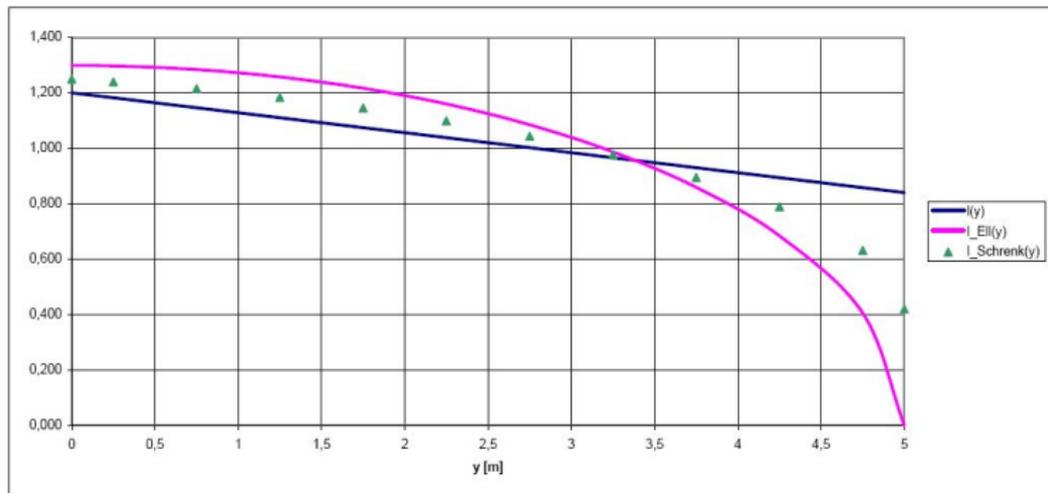
i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9				
y	0	0,25	0,75	1,25	1,75	2,25	2,75	3,25	3,75	4,25	4,75	5,000 m		
l(y)	1,200	1,182	1,146	1,110	1,074	1,038	1,002	0,966	0,930	0,894	0,858	0,840 m		
dS	0	0,591	0,573	0,555	0,537	0,519	0,501	0,483	0,465	0,447	0,429	0 m ²	5,10 m ²	
dm	0	4,06	3,93	3,81	3,69	3,56	3,44	3,31	3,19	3,07	2,94	0 kg	35,00 kg	
mu(y)	8,8291	8,646	8,280	7,915	7,549	7,183	6,817	6,451	6,085	5,720	5,354	5,171 kg/m		
dm_mu	0	4,3231	4,1402	3,9573	3,7744	3,5915	3,4085	3,2256	3,0427	2,8598	2,6769	0	35,00 kg	
L_Ell(y)	1,2987	1,2971	1,284	1,2575	1,2166	1,1598	1,0846	0,9869	0,859	0,6841	0,4055	0 m		
L_S(y)	1,2494	1,2395	1,215	1,1837	1,1453	1,0989	1,0433	0,9765	0,8945	0,7891	0,6318	0,42 m	2,248 m	Schrenk-SP
													0,450 % b/2	



Diskretisierte Auftriebsverteilung

Lastannahmen
nach CS-VLA

U. Eichner



$$\begin{aligned}dA_i &= \frac{\rho}{2} v^2 \cdot S_i \cdot c_A \\ &= \frac{\rho}{2} v^2 \cdot l_i \cdot dy \cdot c_A \\ &= n \cdot m \cdot g \cdot \frac{l_i \cdot dy}{S}\end{aligned}$$

Einführung

Lastfälle

Beispielflugzeug

v-n-Diagramm

Schnittlasten-
berechnung

- ▶ Summe aus Auftriebs- und Trägheitskräfteverteilung
 - ▶ Auftrieb: große Schnittlasten
 - ▶ Trägheitskräfte: wirken dem entgegen, reduzieren Schnittlasten
 - ▶ Kritischer Fall: hoher Auftrieb, geringe Trägheitskräfte
 - ▶ maximale Flugzeugmasse
 - ▶ leichter Flügel, schwerer Rumpf
 - ▶ großes Lastvielfaches
- ⇒ Böenlastfall bei v_C mit m_{mzf}

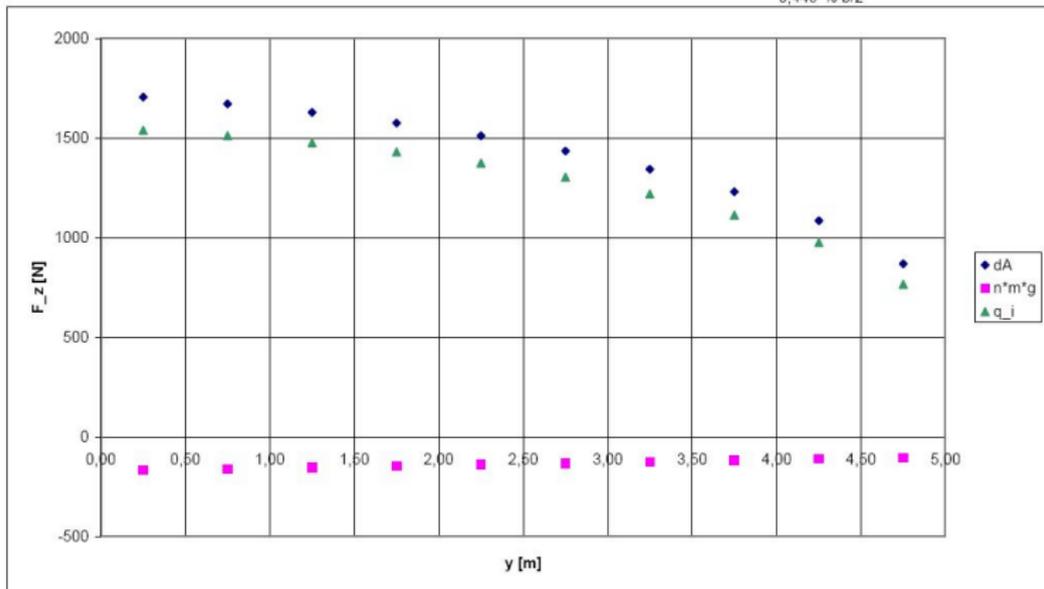
$$q_i = dA_i + n \cdot dm_i \cdot g$$

Gesamtverteilung

n= 3,92 [-]
v= 60 m/s
m= 730 kg
c_A= 1,25 [-]

y	0,00	0,25	0,75	1,25	1,75	2,25	2,75	3,25	3,75	4,25	4,75	5,0
dS_Schrenk	0,6198	0,6075	0,5919	0,5726	0,5494	0,5217	0,4882	0,4473	0,3945	0,3159		
dA	1705,7	1672	1628,9	1576	1512,2	1435,7	1343,7	1230,9	1085,8	869,36		
dm	4,3231	4,1402	3,9573	3,7744	3,5915	3,4085	3,2256	3,0427	2,8598	2,6769		
n*dm*g	-166,2	-159,2	-152,2	-145,1	-138,1	-131,1	-124	-117	-110	-102,9		
q_i	1539,5	1512,7	1476,7	1430,9	1374,1	1304,6	1219,7	1113,9	975,86	766,42		

checks:
A/2 n
14060 3,93
-1346 3,92
2,244 m Auftriebsschwerpunkt
0,449 % b/2



Einführung

Lastfälle

Beispielflugzeug

v-n-Diagramm

Schnittlasten-
berechnung

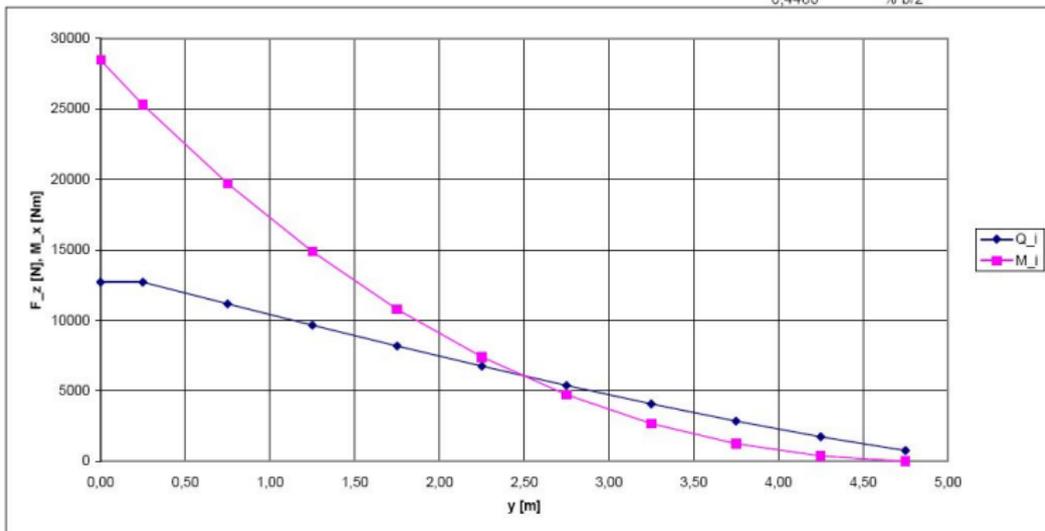
- ▶ Summierung der Einzelkräfte von außen nach innen
⇒ Querkraftverlauf

$$Q_i = \sum_{k=n}^i q_k$$

Querkraftverlauf

dy= 0,500 m

y	0,00	0,25	0,75	1,25	1,75	2,25	2,75	3,25	3,75	4,25	4,75	5,00	checks:	
q _i	0	1539,5	1512,7	1476,7	1430,9	1374,1	1304,6	1219,7	1113,9	975,9	766,4		A/2	n
Q _i	12714	12714	11175	9662	8185	6755	5380	4076	2856	1742	766			12714
M _i	28478	25299	19712	14881	10788	7411	4720	2682	1254	383	0		2,240 m	q _i -Schwerpunkt
													2,240 m	Auftriebsschwerpunkt
													0,4480	% b/2



Einführung

Lastfälle

Beispielflugzeug

v-n-Diagramm

Schnittlasten-
berechnung

- ▶ Summierung der Einzelkräfte mal jeweiligem Hebelarm von außen nach innen
⇒ Biegemomentenverlauf

$$M_i = \sum_{k=n}^i q_k \cdot (y_k - y_i)$$

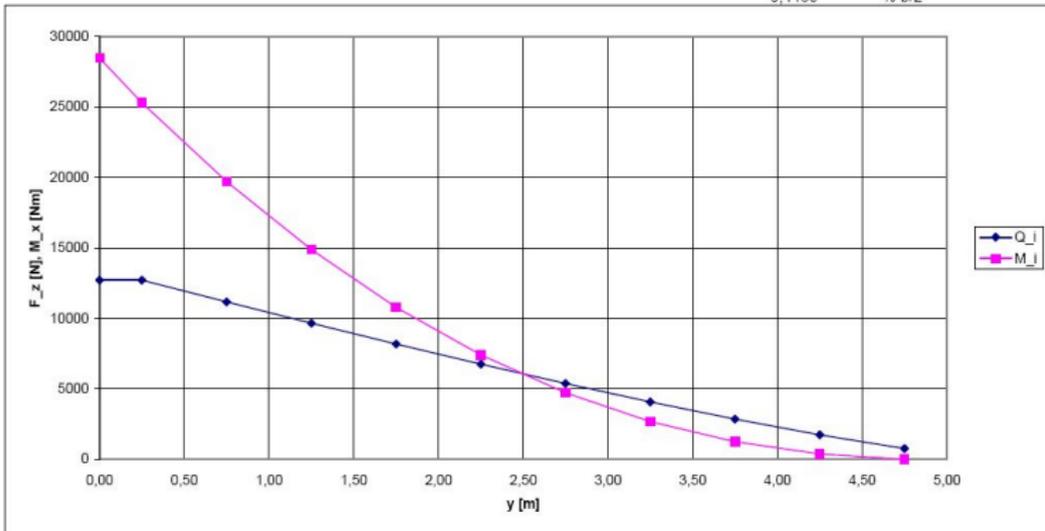
Für Tabellenkalkulation:

$$\begin{aligned} M_i &= M_{i+1} + Q_{i+1} \cdot (y_{i+1} - y_i) \\ &= M_{i+1} + Q_{i+1} \cdot dy \end{aligned}$$

Biegemomentenverlauf

dy= 0,500 m

y	0,00	0,25	0,75	1,25	1,75	2,25	2,75	3,25	3,75	4,25	4,75	5,00	checks:
q _i	0	1539,5	1512,7	1476,7	1430,9	1374,1	1304,6	1219,7	1113,9	975,9	766,4		A/2 n
Q _i	12714	12714	11175	9662	8185	6755	5380	4076	2856	1742	766		12714
M _i	28478	25299	19712	14881	10788	7411	4720	2682	1254	383	0		2,240 m
													q _i -Schwerpunkt
													2,240 m
													Auftriebsschwerpunkt
													% b/2



Einführung

Lastfälle

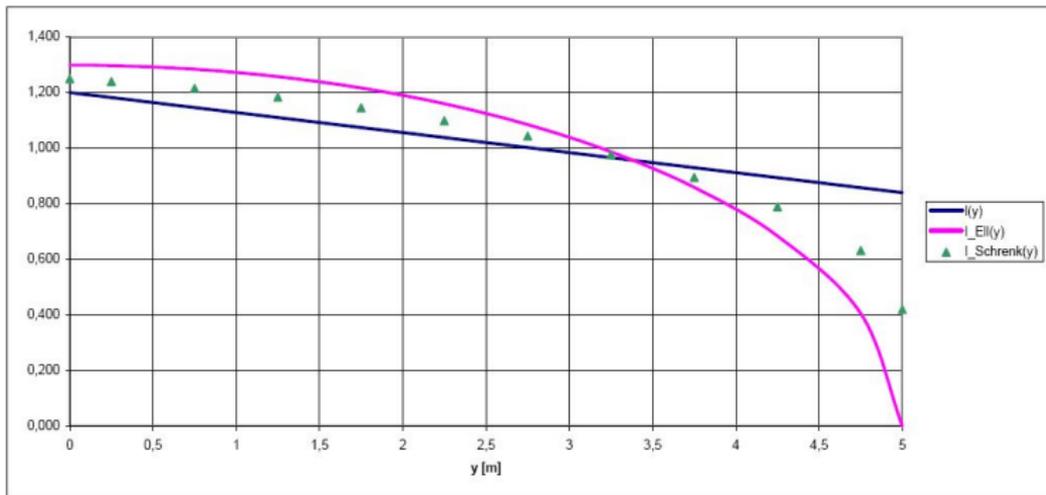
Beispielflugzeug

v-n-Diagramm

Schnittlasten-
berechnung

- ▶ Q: $(\frac{1}{2}730kg - 35kg) \cdot 3.92 \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} = 12,69kN$
- ▶ M: $12,69kN \cdot 0,42 \cdot 5m = 26,65kNm$

Diskretisierte Auftriebsverteilung



- ▶ Auftriebsschwerpunkt weiter außen als bei elliptischer Verteilung

Auswirkung Flügeltank

y	0,00	0,75	1,25	1,75	2,25	2,75	3,25	3,75	4,25	4,75	
dA	1705,7	1672,0	1628,9	1576,0	1512,2	1435,7	1343,7	1230,9	1085,8	869,4	
dm	4,323	4,140	3,957	3,774	3,591	3,409	3,226	3,043	2,860	2,677	
Delta_m	12	12	12	12	0	0	0	0	0	0	
n*dm*g	16,323	16,140	15,957	15,774	15,591	15,409	15,226	15,043	14,860	14,677	
q_i	-627,7	-620,7	-613,6	-606,6	-138,1	-131,1	-124,0	-117,0	-110,0	-102,9	
Q_i	10869	10869	9791	8739	7724	6755	5380	4076	2856	1742	85,482 % Q
M_i	26632	23915	19019	14650	10788	7411	4720	2682	1254	383	93,518 % M

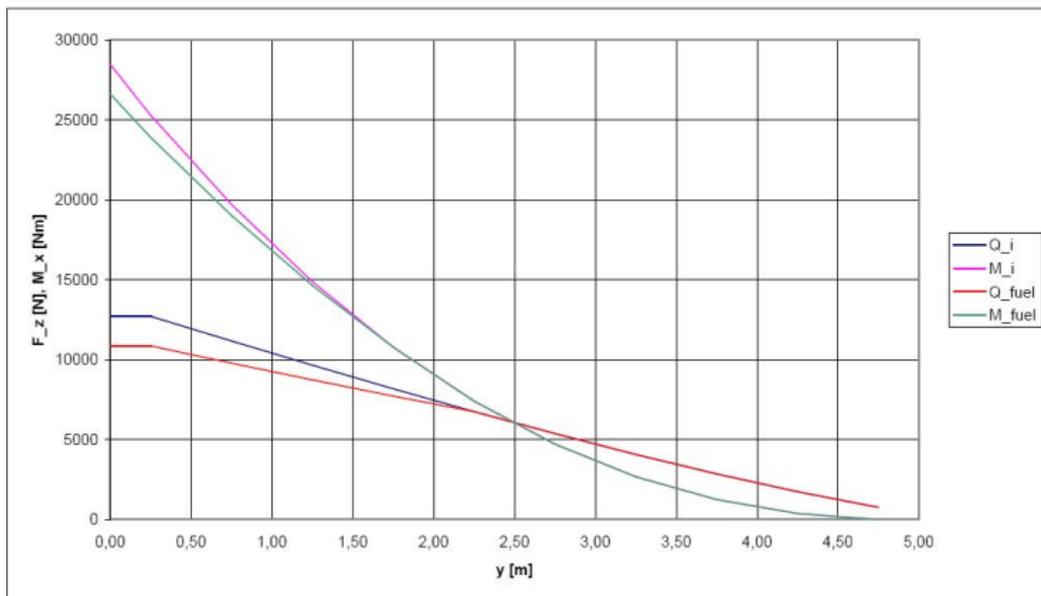
Einführung

Lastfälle

Beispielflugzeug

v-n-Diagramm

Schnittlasten-
berechnung



Einführung

Lastfälle

Beispielflugzeug

v-n-Diagramm

Schnittlasten-
berechnung

- ▶ ausreichend für Holmdimensionierung

Parameter, die sich auf Q und M auswirken:

- ▶ Flügelmasse: Entlastung z.B. durch Sprit im Flügel
- ▶ Spannweite: größerer Hebelarm → größeres Biegemoment
- ▶ Spannweite: Streckung, Auftriebsanstieg, Böenlastvielfache
- ▶ Winglets: erhöhen die Streckung
- ▶ Flächenbelastung: höhere Böenlastvielfache, aber geringere design airspeeds
- ▶ Zuspitzung: verlagert Auftriebsschwerpunkt nach innen

- ▶ CS-VLA, EASA 2003
- ▶ Technische Mechanik
- ▶ Voit-Nitschmann: Lastannahmen, IFB, Uni Stuttgart
- ▶ Reimerdes, Kämpchen/Kruse, Eichner: Auslegung und Struktur von Leichtflugzeugen, ilb, RWTH Aachen